

## Perlen der Informatik 2

### 3. Übung

#### Aufgabe G3.1 Natürliches Schließen in der Aussagenlogik

Beweisen Sie folgende aussagenlogischen Formeln im Kalkül des natürlichen Schließens:

(a)  $(A \wedge B) \wedge C \rightarrow A \wedge (B \wedge C)$

(b)  $(A \vee B) \vee C \rightarrow A \vee (B \vee C)$

(c)  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

#### Aufgabe G3.2 Klassische Logik

Leiten Sie die abgeleiteten Regeln (“Widerspruchsbeweis” und das “Gesetz des ausgeschlossenen Dritten”) aus den anderen Regeln her.

Zeigen Sie dann:

(a)  $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

(b)  $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (A \vee B)$

#### Aufgabe G3.3 Korrektheit

Eine Regel  $\frac{\phi_1 \dots \phi_n}{\psi}$  ist *korrekt*, wenn gilt  $\phi_1, \dots, \phi_n \vDash \psi$ .

Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Regel:

(a)  $\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi}$  (arrow-elimination)