

Perlen der Informatik 3

1. Übung

Aufgabe 1.1 Natürliches Schließen in der Aussagenlogik

Beweisen Sie folgende aussagenlogischen Formeln im Kalkül des natürlichen Schließens:

(a) $(A \wedge B) \wedge C \rightarrow A \wedge (B \wedge C)$

(b) $(A \vee B) \vee C \rightarrow A \vee (B \vee C)$

(c) $(A \vee B) \rightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$

Aufgabe 1.2 Klassische Logik

Leiten Sie die abgeleiteten Regeln (“Widerspruchsbeweis” und das “Gesetz des ausgeschlossenen Dritten”) aus den anderen Regeln her.

Zeigen Sie dann:

(a) $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

(b) $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (A \vee B)$

Aufgabe 1.3 Korrektheit

Eine Regel $\frac{\phi_1 \dots \phi_n}{\psi}$ ist *korrekt*, wenn gilt $\phi_1, \dots, \phi_n \vDash \psi$.

Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Regel:

(a) $\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi}$ (arrow-elimination)