

Perlen der Informatik 3

3. Übung

Aufgabe 3.1 Beta-Reduktion

Bestimmen Sie jeweils die Normalform der folgenden Terme, falls sie existiert.

(a)

$$(\lambda x. y) z$$

(b)

$$(\lambda xy. y x) y z$$

(c)

$$(\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$$

(d)

$$(\lambda xy. y z x) ((\lambda x. x x) (\lambda x. x x)) (\lambda xy. x)$$

Aufgabe 3.2 Exponentiation

Definieren Sie möglichst einfach die Exponentiation auf Church-Numeralen.

Aufgabe 3.3 Listen

Um Listen im Lambda-Kalkül darzustellen benötigt man

- Die leere Liste `nil`
- Einen Konstruktor `cons`, der aus einem ersten Element und einer Restliste eine Liste baut
- Einen Funktion `null`, die testet, ob eine Liste leer ist
- Funktionen `head` und `tail`, die aus einer nichtleeren Liste das erste Element und die Restliste extrahieren.

- (a) Überlegen Sie sich, welche Gesetze `nil`, `cons`, `null`, `head` und `tail` erfüllen müssen.
- (b) Definieren Sie λ -Terme für die Operationen.
- (c) Definieren Sie eine rekursive Funktion, die zwei Listen aneinanderhängt.

Aufgabe 3.4 Typen

Finden Sie den allgemeinsten Typ der folgenden Terme, und leiten Sie diesen mit Hilfe der Typisierungsregeln ab.

(a)

$$(\lambda xy. y x x)$$

(b)

$$(\lambda x. x (\lambda xy. y))$$

Ordnen Sie auch den folgenden Termen ihren allgemeinsten Typ zu (ohne Herleitung), sofern das möglich ist.

(c)

$$(\lambda xyz. (x z) y z)$$

(d)

$$(\lambda xy. x y x)$$

(e)

$$(\lambda xy. (y z) x) ((\lambda x. x x) (\lambda x. x x)) (\lambda xy. x)$$