

Perlen der Informatik 3

3. Übung

Aufgabe 3.1 Beta-Reduktion

Bestimmen Sie jeweils die Normalform der folgenden Terme, falls sie existiert.

(a)

$$(\lambda x. y) z$$

(b)

$$(\lambda xy. y x) y z$$

(c)

$$(\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$$

(d)

$$(\lambda xy. y z x) ((\lambda x. x x) (\lambda x. x x)) (\lambda xy. x)$$

Aufgabe 3.2 Exponentiation

Definieren Sie möglichst einfach die Exponentiation auf Church-Numeralen.

Aufgabe 3.3 Listen

Um Listen im Lambda-Kalkül darzustellen benötigt man

- Die leere Liste `nil`
- Einen Konstruktor `cons`, der aus einem ersten Element und einer Restliste eine Liste baut
- Einen Funktion `null`, die testet, ob eine Liste leer ist
- Funktionen `head` und `tail`, die aus einer nichtleeren Liste das erste Element und die Restliste extrahieren.

(a) Überlegen Sie sich, welche Gesetze `nil`, `cons`, `null`, `head` und `tail` erfüllen müssen.

(b) Definieren Sie λ -Terme für die Operationen.

(c) Definieren Sie eine rekursive Funktion, die zwei Listen aneinanderhängt.

Aufgabe 3.4 Typen

Finden Sie den allgemeinsten Typ der folgenden Terme, und leiten Sie diesen mit Hilfe der Typisierungsregeln ab.

(a)

$$(\lambda xy. y x x)$$

(b)

$$(\lambda x. x (\lambda xy. y))$$

Ordnen Sie auch den folgenden Termen ihren allgemeinsten Typ zu (ohne Herleitung), sofern das möglich ist.

(c)

$$(\lambda xyz. (x z) y z)$$

(d)

$$(\lambda xy. x y x)$$

(e)

$$(\lambda xy. (y z) x) ((\lambda x. x x) (\lambda x. x x)) (\lambda xy. x)$$